DOSSIER DE CANDIDATURE
pour le poste de
MAÎTRE DE CONFÉRENCES

Xavier PROVENÇAL
4 rue Thomas
34000 Montpellier
email : xavier.provencal@lirmm.fr
web : http://www.lirmm.fr/~provencal

Mots clés : Géométrie discrète, combinatoire des mots, analyse d'images, convexité discrète, polyominos, pavages, droites et plans discrets, estimateurs géométriques, segmentation, substitutions généralisées.

Le 25 mars 2010

Contenu du dossier

1 Curriculum vitæ

Xavier Provençal
Né le 27 août 1980 à Montréal (Québec, Canada)
Nationalité canadienne

Coordonnées

Adresse personnelle :
4 rue Thomas, 34000 Montpellier
Téléphone : 09 52 95 05 67
Email :
xavier.provencal@lirmm.fr
Site web :
http://www.lirmm.fr/~provencal

Adresse professionnelle :
Université Montpellier 2
LIRMM - UMR 5506 - CC 477
161 rue Ada
34095 Montpellier Cedex 5 - France
Téléphone : 04 67 41 85 82
Télécopie : 04 67 41 85 00

Poste actuel

2008–2010
LIRMM, Montpellier
LAMA, Chambéry

Stagiaire postdoctoral
Thème : Combinatoire des mots appliquée à la géométrie discrète.
Superviseurs : Valérie Berthé (LIRMM), Jacques-Olivier Lachaud (LAMA).
Financement : FQRNT.

Formation universitaire

J'ai effectué ma formation universitaire au sein du département de mathématiques de l'Université du Québec à Montréal (UQAM).

2004–2008
UQAM, Montréal

Doctorat en mathématiques
Titre : Combinatoire des mots, géométrie discrète et pavages.
Directeur : Srečko Brlek.
Financement : FQRNT.
Thèse soutenue le 29 août 2008.
Mention : *Excellent*
Membres du jury :

président	Christophe Reutenauer	Prof. UQAM
rapporteur	Serge Dulucq	Prof. Univ. Bordeaux I
rapporteur	Jacques-Olivier Lachaud	Prof. Univ. Savoie
directeur	Srečko Brlek	Prof. UQAM

2002–2004 *Maîtrise en mathématiques informatique*

UQAM, Montréal

Titre : Une étude de l'arité de la racine d'un arbre hyperquaternaire.
Directrice : Louise Laforest.
Co-directeur : Gilbert Labelle.
Financement : FQRNT.
Résumé du mémoire de maîtrise :

Les arborescence hyperquaternaire sont des structure de données d'indexation multidimensionnelle. Sans perte de généralité, on peut supposer que la croissance d'une telle structure est dictée par une suite de points subdivisant récursivement l'espace $\mathbb{R}^d$. Dans le cas d'une suite de points aléatoire, nous avons étudié l'arité de la racine de manière à fournir des formules exacts, récursives et asymptotiques.
(C'est travaux ont été publié [LLP06])

1999–2002 *Baccalauréat en mathématiques informatique*

UQAM, Montréal

Diplômé avec mention d'excellence.

Expérience professionnelle

2009–2010 *Professionnel de recherche*

HEC, Montréal

Dans le cadre du projet GRIEG (Group of Research in International Economic Geography). Chargé de l'implémentation des modèles *Topodynamique* et *NEG* (New Economic Geography).

Expérience d'enseignement

Cours magistraux (total de 45 heures)

– Automne 2007, *Introduction aux méthodes quantitatives appliquées à la gestion*, MAT1002 (45 heures), UQAM.

Travaux dirigés (total de 138 heures)

– Été 2008, *Structures de données et algorithmes*, INF3105 (26 heures), UQAM.

– Hiver 2008, *Structures de données et algorithmes*, INF3105 (30 heures), UQAM.

– Été 2007, *Programmation II*, INF2120 (30 heures), UQAM.

– Hiver 2007, *Logique et ensembles*, MAT2055 (22 heures), UQAM.

– Hiver 2001, *Logique et ensembles*, MAT2055 (30 heures), UQAM.

2 Thèse

Titre de la thèse : *Combinatoire des mots, géométrie discrète et pavages*

Organisme : Université du Québec à Montréal

Directrice de thèse : Srečko Brlek

Date et lieu de soutenance : le 29 août 2008 au l'UQAM, à Montréal

Mention : Excellent

Jury :

président du jury	Christophe Reutenauer	Professeur, UQAM
rapporteur	Serge Dulucq	Professeur, Université de Bordeaux I
rapporteur	Jacques-Olivier Lachaud	Professeur, Université de Savoie
directeur	Srečko Brlek	Professeur, UQAM

Résumé :

L'objet de cette thèse est d'étudier les liens entre la géométrie discrète et la combinatoire des mots. Le fait que les figures discrètes soient codées par des mots sur l'alphabet à quatre lettres $\Sigma = \{0, 1, \overline{0}, \overline{1}\}$, codage introduit par Freeman en 1961, justifie l'utilisation de la combinatoire des mots dans leur étude. Les droites discrètes sont des objets bien connus des combinatoriciens, car étant identifiés par les mots Sturmiens, dont on trouve déjà une description assez complète dans les travaux de Christoffel à la fin du XIXe siècle à la suite de travaux précurseurs de Bernouilli et Markov. Alors que l'on comprend bien la structure des droites discrètes, on connaît beaucoup moins bien les courbes en général.

Cet ouvrage porte sur l'étude de propriétés géométriques de courbes fermées, codées sur l'alphabet Σ. On s'intéresse tout d'abord à la représentation des chemins dans le plan discret $\mathbb{Z}^2$ et de ceux qui codent les polyominos.

Dans un premier temps, l'emploi d'une structure arborescente quaternaire permet d'élaborer un algorithme optimal afin de tester si un mot quelconque sur Σ code un polyomino ou non. Ce résultat est fondamental d'abord parce qu'il est nouveau, élégant et qu'il se généralise en dimension supérieure. En outre, la linéarité de ce test rend les algorithmes subséquents vraiment efficaces.

À la suite de résultats précurseurs de Lyndon, Spitzer et Viennot sur la factorisation des mots, il existe une interprétation combinatoire de la convexité discrète. En géométrie algorithmique, des algorithmes linéaires furent établis par McCallum et Avis en 1979, puis par Melkman en 1987, pour calculer l'enveloppe convexe d'un polygone. Debled-Rennesson

et al. ont obtenu, en 2003, un algorithme linéaire pour décider de la convexité discrète d'un polyomino par des méthodes arithmétiques. Nous avons obtenu grâce aux propriétés spécifiques des mots de Lyndon et de Christoffel un algorithme linéaire pour tester si un polyomino est digitalement convexe. L'algorithme obtenu est extrêmement simple et s'avère dix fois plus rapide que celui de Debled-Rennesson et al.

Finalement, le calcul de la plus longue extension commune à deux mots en temps constant – obtenu par Gusfield à l'aide des arbres suffixes – et le théorème de Fine et Wilf permettent d'élaborer de nouveaux algorithmes qui, grâce à la caractérisation de Beauquier-Nivat, testent si un polyomino pave le plan par translation. En particulier, on obtient un algorithme optimal en $O(n)$ pour détecter les pseudo-carrés. Dans le cas des pseudo-hexagones ayant des facteurs carrés pas trop zrlongs on obtient également un algorithme linéaire optimal, tandis que pour les pseudo-hexagones quelconques nous avons obtenu un algorithme en $O\left(n(\log n)^3\right)$ que nous croyons ne pas être optimal.

Mots clés : combinatoire des mots, géométrie discrète, droites digitales, pavages du plan, algorithmique.

3 Enseignement

3.1 Parcours d'enseignement

Mes activités d'enseignement ont débuté dès ma deuxième année de Baccalauréat, soit l'équivalent de la deuxième année de licence française. Tout au long de ma formation universitaire, j'ai ainsi enseigné l'équivalent de TP/TD français pour cinq cours, deux en mathématique et trois en informatique ; totalisant 138 heures.

Mon expérience d'enseignement la plus importante est lorsqu'en dernière année de thèse j'ai été engagé comme chargé de cours pour *Introduction aux méthodes quantitatives appliquées à la gestion* (MAT1002). Un cours de mathématique destiné aux étudiant qui débutent une formation universitaire dans un domaine relié à la gestion. Il fut alors de ma responsabilité de

- Préparer le plan de cours.
- Déterminer les modes d'évaluation.
- Rédiger et corriger les examens.
- Enseigner les 45 heures de cours.
- Attribuer les notes finales.

Il s'agit donc d'une expérience d'enseignement complète. Je tiens à préciser que, précédemment, j'avais enseigné des mathématiques de niveau universitaire à des étudiants en mathématiques ainsi que de la programmation à des étudiants d'informatique. Cette fois-ci, je me suis trouvé à enseigner des mathématiques de base à des étudiants inscrits à différents programmes de gestion. Ce fut une expérience pédagogique extrêmement enrichissante et valorisante.

3.2 Résumé des activités d'enseignements

Cours magistraux

Session	Cours	Niveau	# d'heures	assistance
Aut. 2007	MAT1002	Bacc. gestion (L1)	45	64

Travaux dirigés

Session	Cours	Niveau	# d'heures	assistance	responsable
Été 2008	INF3105	Bacc. info. 2e année (L2)	26	~ 40	Éric Wenaas
Hiv. 2008	INF3105	Bacc. info. 2e année (L2)	30	~ 40	Éric Wenaas
Été 2007	INF2120	Bacc. info. 2e année (L2)	30	~ 40	Éric Wenaas
Hiv. 2007	MAT2055	Bacc. math. 2e année (L2)	22	~ 20	Luc Bélair
Hiv. 2001	MAT2055	Bacc. math. 2e année (L2)	30	~ 20	Luc Bélair

Correction

Session	Cours	Niveau	# d'heures	responsable
Été. 2008	INF3105	Bacc. info. 2e année (L2)	90	Éric Wenaas
Hiv. 2008	INF3105	Bacc. info. 2e année (L2)	94	Éric Wenaas
Été 2007	INF2120	Bacc. info. 2e année (L2)	92	Éric Wenaas
Aut. 2005	INF7440	Maîtrise en info. (M1)	45	Odile Marcotte
Aut. 2005	INF4100	Bacc. info. 3e année (L3)	60	Odile Marcotte
Hiv. 2005	INF4100	Bacc. info. 3e année (L3)	69	Odile Marcotte
Aut. 2004	INF7341	Maîtrise en info. (M1)	45	Odile Marcotte

3.3 Description des cours enseignés

3.3.1 Cours magistraux

Description du cours MAT1002 : Introduction aux méthodes quantitatives appliquées à la gestion

Développer chez l'étudiant des connaissances, des habiletés et des outils de travail (de base) de type mathématique, statistique et informatique considérés comme nécessaires pour suivre avec intérêt et efficacité son programme d'études : également démystifier l'ordinateur et développer le goût des méthodes quantitatives. Introduction au chiffrier électronique. Utilisation de ce chiffrier pour le rappel du langage mathématique de base : expressions algébriques, expressions fonctionnelles, expressions ensemblistes et langage graphique, résolutions d'équations. Étude de la droite. Résolution graphique de systèmes d'équations et d'inéquations. Intérêts simples et composés. Analyse et interprétation de données mathématiques et statistiques de gestion.

3.3.2 Travaux dirigés

Description du cours INF3105 : Structures de données et algorithmes (C++)

Approfondir les connaissances des structures de données et des algorithmes et les appliquer à la résolution de problèmes. Connaître et savoir utiliser des bibliothèques publiques ou normalisées. Rappels sur les types abstraits de données et sur la complexité des algorithmes. Abstractions de données et de contrôle. Collections et structures de données nécessaires à leurs réalisations. Arbres, tables, graphes.

Description du cours INF2120 : Programmation II (JAVA)

Approfondir les concepts de la programmation orientée-objet. Approfondir les concepts de mise au point et de test de composants logiciels. Identification et définition des classes d'une solution logicielle. Relations entre les classes : composition et héritage. Classes abstraites et polymorphisme. Introduction à la notation UML. Algorithmes récursifs simples. Structures de données classiques : piles, files, listes et arbres binaires de recherche. Techniques classiques de recherche (séquentielle et binaire) et de tri. Introduction à la programmation des interfaces graphiques (GUI). Gestion des événements et des exceptions. Conception de paquetages. Introduction aux outils automatisés de validation.

Description du cours MAT2055 : Logique et Ensembles

Maîtriser les notions de base de la logique mathématique et de l'arithmétique générale des ensembles. Symbolisation : propositions, fonctions propositionnelles, descriptions, fonctions descriptives, connecteurs logiques. Variables libres et liées. Terme libre pour une variable dans une formule. Notion d'inférence : directe ou indirecte. Calcul des inférences à l'aide des règles de déduction naturelle. Vérité et fausseté des propositions. Contre-exemples. Ensembles finis et infinis (dénombrables et indénombrables) : exemples et théorèmes fondamentaux. Cardinalité. Énoncé du théorème de Cantor-Bernstein et exemples d'applications. Réunions et intersections générales d'ensembles ; application aux sous-structures engendrées (e.g. sous-espaces vectoriels). Théories du premier ordre, exemples classiques. Langages algébriques.

3.4 Positionnement vis-à-vis l'enseignement

Pendant presque toutes mes études graduées, j'ai eu la chance de bénéficier d'un financement sous forme de bourses d'excellence. Je n'étais donc aucunement obligé de dispenser des enseignements ; je l'ai néanmoins fait par choix personnel et ce fut une expérience très profitable.

En particulier, le fait d'enseigner des mathématiques de base à des étudiants ayant un profil non-scientifique m'a forcé à prendre un recul face aux concepts enseignés et à exploiter une approche beaucoup plus intuitive. Je crois qu'il est du devoir de l'enseignant d'adapter son approche aux différents groupes d'élèves auxquels il a affaire. Également, je crois qu'un enseignant se doit d'être à l'écoute de ses étudiants tant pendant et qu'à l'extérieur des cours. Personnellement, j'ai toujours donné des heures de disponibilités hebdomadaires pour que les étudiants puissent venir me poser des questions directement.

Mes souhaits d'enseignement s'articulent principalement autour de deux axes. Tout d'abord, j'aimerais assurer des cours en lien avec mes thématiques de recherche (*géométrie discrète*, *combinatoire des mots*, ...), ou dans des disciplines connexes relevant des mathématiques discrètes en général.

Dans un deuxième temps, j'aimerais dispenser des enseignements en relation avec les outils informatiques que j'utilise dans le cadre de mes travaux de recherche. En particulier, l'*algorithmique*, la *programmation*, l'*analyse de complexité*, les *structures de données*, le *calcul symbolique*, ...

L'enseignement est pour moi une source d'enrichissement personnel. Je suis donc prêt à m'investir dans des enseignements et des thématiques ne concernant pas directement ceux cités précédemment (*systèmes d'exploitation, bases de données, logique, graphes*, ...). De plus, je n'ai aucun problème à enseigner des cours de nature générale à des étudiants non-spécialistes, comme je l'ai déjà fait en tant que chargé de cours. Je suis donc prêt à enseigner l'utilisation de *traitements de textes* ou en encore de *tableurs*.

Je possède une grande capacité d'adaptation aux différentes thématiques et aux différents publics. Je suis donc convaincu que je saurai m'intégrer dans cette équipe d'enseignants.

4 Activités de recherche

4.1 Publications

Liste des coauteurs

Coauteur	Poste	Nb. articles*
Srečo Brlek	*Professeur, UQAM*	8 (+1)
Jacques-Olivier Lachaud	*Professeur, Univ. Savoie*	3 (+1)
Michel Koskas	*Maître de conférences, AgroParisTech*	1 (+1)
Annie Lacasse	*Stagiaire postdoctoral, LIRMM*	1 (+1)
Jean-Marc Fédou	*Professeur, Univ. Nice Sophia-Antipolis*	1
Gilbert Labelle	*Professeur, émérite UQAM*	1
Louise Laforest	*Professeur, UQAM*	1
Christophe Reutenauer	*Professeur, UQAM*	1
Anouk Bergeron-Brlek	*Étudiante Ph.D., Univ. York*	1
Valérie Berthé	*Directeur de Recherche CNRS, LIRMM*	(+1)
Geneviève Paquin	*Stagiaire postdoctoral, LAMA*	(+1)

* Les nombres entre parenthèses représentent les articles en cours d'écriture

4.1.1 Articles dans des journaux internationaux avec comité de lecture

[1] S. Brlek, J.O. Lachaud, X. Provençal, C. Reutenauer, *Lyndon + Christoffel = Digitally Convex*, Pattern Recognition (PR) **42**, 2009, p. 2239-2246.

[2] S. Brlek, X. Provençal, J.M. Fédou, *On the Tiling by Translation Problem*, Discrete Applied Mathematics **157**, 2009, p. 464-475.

4.1.2 Articles dans des conférences internationales avec comité de lecture

[3] S. Brlek, M. Koskas, X. Provençal, *A Linear Time and Space Algorithm for Detecting Path Intersection*, Proc. 15-th International Conference Discrete Geometry for Computer Imagery (DGCI 2009), Montréal (Canada), septembre 2009, p. 297-408.

[4] X. Provençal, J.-O. Lachaud, *Two Linear-Time Algorithms for Computing the Minimum Length Polygon of a Digital Contour*, Proc. 15-th International Conference Discrete Geometry for Computer Imagery (DGCI 2009), Montréal (Canada), septembre 2009, p. 102-117.

[5] X. Provençal, *Non-Convex Words*, Proc. 7-th International Conference on Words (Words 2009), Salerno (Italie), septembre 2009, 11 pages.

[6] S. Brlek, J.-O. Lachaud, X. Provençal, *Combinatorial View of Convexity*, Proc. 14-th International Conference Discrete Geometry for Computer Imagery (DGCI 2008), Lyon (France), avril 2008, p. 57-68.

[7] S. Brlek, X. Provençal, *An Optimal Algorithm for Detecting Pseudo-Squares*, Proc. 13-th International Conference Discrete Geometry for Computer Imagery (DGCI 2006), Szeged (Hongrie), octobre 2006, p. 403-412.

[8] G. Labelle, L. Laforest, X. Provençal, *Around the Root of Random Multidimensional Quadtrees*, Proc. 4-th Colloquium of Mathematics and Computer Science Algorithms, Trees, Combinatorics and Probabilities (MathInfo 2006), Nancy (France), septembre 2006, p. 335-344.

[9] S. Brlek, X. Provençal, *On Problem of Deciding If a Polyomino Tiles the Plane by Translation*, Proc. of the Prague Stringology Conference 2006 (PSC 2006), Prague (République Tchèque), août 2006, p. 65-76.

[10] S. Brlek, X. Provençal, *A fast algorithm for detecting pseudo-hexagons*, Proc. International School and Conference on Combinatorics, Automata and Number Theory (CANT 2006), Liège (Belgique), mai 2006.

[11] S. Brlek, A. Bergeron-Brlek, A. Lacassse, X. Provençal, *Patterns in smooth tilings*, Proc. 4-th International Conference on Words (Words 2003), Turku (Finlande), septembre 2003, p. 370-381.

4.1.3 Article soumis

[12] X. Provençal, *Minimal Non-Convex Words*, version journal de l'article [5], soumis au numéro spécial de *Theoretical Computer Science* dédié à la conférence WORDS2009, 16 pages.

[13] S. Brlek, M. Koskas, X. Provençal, *A Linear Time and Space Algorithm for Detecting Path Intersection*, version journal de l'article [3], soumis au numéro spécial de *Theoretical Computer Science* dédié à la conférence DGCI2009, 14 pages.

4.1.4 Articles en cours d'écriture

- V. Berthé, A. Lacasse, G. Paquin, X. Provençal, *Boundaries of discrete planes patches generated by Jacobi-Perron's Algorithm.*
- J.-O. Lachaud, X. Provençal, Version journal de l'article [4].

4.2 Édition d'ouvrages scientifiques

- *Discrete Geometry for Computer Imagery*, 15-th IAPR Conf. S. Brlek, C. Reutenauer, X. Provençal, (DGCI 2009), Montréal (Canada). 540p. LNCS 5810. Springer Verlag. ISBN : 978-3-642-04396-3. 2009.
- *Pattern Recognition Letters*, Special Issue on Discrete Geometry for Computer Imagery, 15-th IAPR Conf. S. Brlek, X. Provençal, (DGCI 2009), Elsevier. *(En préparation)*
- *Theoretical Computer Science.*, Special Issue on Discrete Geometry for Computer Imagery, 15-th IAPR Conf. S. Brlek, X. Provençal, (DGCI 2009), Elsevier. *(En préparation)*

4.3 Communication - séminaires

4.3.1 Conférences internationales

- *Two Linear-Time Algorithms for Computing the minimum Length Polygon of a Digital Contour*, DGCI 2009, Montréal (Canada), 1 octobre 2009.
- *Non-Convex Words*, Words 2009, Salerno (Italie), 18 septembre 2009.
- *Combinatorial View of Convexity*, DGCI 2008, Lyon (France), 16 avril 2008.
- *On the problem of tiling the plane with a polyomino*, Atelier : « Progrès récents en combinatoire des mots » dans le cadre du semestre thématique du CRM : « Développements récents en combinatoire », Montréal (Canada), 12 mars 2007.
- *An Optimal Algorithm for Detecting Pseudo-Squares*, DGCI 2006, Szeged (Hongrie), 25 octobre 2006.
- *Around the Root of Random Multidimensional Quadtrees*, MathInfo 2006, Nancy (France), 22 septembre 2006.
- *On Problem of Deciding If a Polyomino Tiles the Plane by Translation*, PSC 2006, Prague (République Tchèque), 28 août 2006.
- *A fast algorithm for detecting pseudo-hexagons*, CANT 2006, Liège (Belgique), 8 mai 2006.

4.3.2 Conférence nationale

- *Sur la distribution de l'arité de la racine d'un « octree »*, ISM sur la route, Université de Sherbrooke, Sherbrooke (Canada), 3 octobre 2004.

4.3.3 Séminaires

- *A sub-quadratic algorithm to determine if a polyomino tiles the plane by translation*, LIF, Université de la Méditerrannée, Marseille (France), 15 janvier 2009.
- *Combinatoire des mots, géométrie discrète et pavages*, LIRMM, Université de Montpellier II, Montpellier (France), 23 octobre 2008.
- *Convexité discrète et combinatoire des mots*, LaCIM, UQAM, Montréal (Canada), 8 février 2008.
- *Pavage du plan par translation*, Séminaires du RECIF, I3S, Université de Nice Sophia-Antipolis, Nice (France), 2 novembre 2006.
- *Un algorithme optimal pour détecter les pseudo-carrés*, Séminaires du RECIF, I3S, Université de Nice Sophia-Antipolis, Nice (France), 16 mars 2006.
- *Vers un algorithme linéaire pour déterminer si un polyomino pave le plan*, Universtà degli Studi di Firenze, Florence (Italie), 26 novembre 2005.
- *Sur la distribution de l'arité de la racine d'un « octree »*, LaCIM, UQAM, Montréal (Canada), 29 novembre 2002.

4.4 Arbitrage d'articles

J'ai arbitré des articles pour les journaux suivants.

- TCS, *Theoretical Computer Science* chez *Elsevier.*
- ITA, *RAIRO - Theoretical Informatics and Applications* chez *EDP Sciences.*
- LNCS, *Lecture Notes In Computer Science* chez *Springer.*

4.5 Séjours à l'étranger

- Groupe de travail à l'I3S sous la direction du professeur Jean-Marc Fédou, Université de Nice Sophia Antipolis, Nice (France), novembre 2006, durée de deux semaines.
- Groupe de travail à l'Université de Sienne sous la direction du professeur Simone Rinaldi, Università Degli Studi di Siena, Siena (Italie), novembre 2006, durée d'une semaine.
- Groupe de travail au LAMA sous la direction du professeur Laurent Vuillon, Université de Savoie, Chambéry (France), février 2005, durée de deux semaines.

4.6 Participation à des rencontres

J'ai participé aux conférences suivantes sans exposer.

- CANT 2009, Université de Liège, Liège (Belgique), 1er au 5 juin 2009.
- WORDS 2005, Montréal (Canada), 13 au 17 septembre 2005.
- École Jeunes Chercheurs en Algorithmique et Calcul Formel 2005, Montpellier (France), 4 au 8 avril 2005.

4.7 Encadrement de stagiaire

Au cours de l'été 2007, j'ai encadré le stagiaire *undergraduate* Arnaud Bergeron qui bénéficait alors d'une bourse d'initiation en recherche du CRSNG. Ce stage portait sur l'implémentation en Ruby d'une librairie d'outils facilitant l'étude de la combinatoire des mots. Cette librairie était basée sur une implémentation en C++ antérieure développée par Annie Ladouceur et moi-même. Ces travaux ont mené au développement de la librairie *sage-words* qui aujourd'hui est intégré aux distributions standard du logiciel de mathématiques open-source *Sage*.

4.8 Projet GRIEG

Les modèles Topodynamique et New Economic Geography (NEG) sont deux modèles de développement macro-géographiques. Tous deux visent à comprendre, simuler et prédire l'évolution de systèmes géographiques à grande échelle. D'un côté le modèle NEG contribue grandement à la compréhension de telles évolutions, mais ses prédictions s'avère peu satisfaisantes. D'un autre côté, le modèle Topodynamique s'est montré efficace pour simuler et prédire l'évolution de grands systèmes géographiques mais son intégration des critères micro-économiques est peu satisfaisantes. Issue d'une coopération entre chercheurs Belges (Université catholique de Louvain-La-Neuve) et Canadiens (UQAM, HEC Montréal, École Polytechnique), le projet GRIEG *(Group of Research in International Economic Geography)* a pour but de fusionner ces deux modèles. Le modèle Topodynamique étant basé sur la minimisation de fonctions de Weber sur un sous ensemble fini d'un espace sphérique, ce sont mes compétences tant en mathématiques qu'en informatique qui m'ont valu d'être engagé afin d'implémenter un simulateur performant.

4.9 Charges collectives

Organisation de la conférence DGCI 2009

En tant que co-organisateur de la conférence, je me suis impliqué dans pratiquement tous les aspects de la préparation de cette conférence et tout particulièrement dans le processus d'édition des actes de la conférences dont je suis un des éditeurs [BRP09]. J'ai ainsi travaillé à la recherche d'arbitres, la distribution des soumissions à ces arbitres, l'évaluation des rapports, la sélection des papiers et la mise en forme requise pour publication dans LNCS.

- Site web : `http://dgci2009.lacim.uqam.ca`
- 86 participants en provenance de 14 pays.
- 61 papiers soumis en provenance de 14 pays.
- 41 papiers acceptés pour publication (67%) dont 21 pour présentation orale et 20 pour posters.

Je travail présentement à l'édition de deux numéros spéciaux avec les meilleurs papiers de la conférence, un premier paraîtra dans *Pattern Recognition Letters* chez *Elsevier* alors que pour le deuxième, au moment de la rédaction de ce document, nous attendons toujours la réponse des éditeurs de *Discrete Applied Mathematics* également chez *Elsevier*.

Organisation de la conférence WORDS 2005

En 2005, j'ai également pris part à l'organisation de la conférence WORDS 2005 qui s'est tenu à l'UQAM (Canada), du 13 au 17 septembre 2005. Je me suis impliqué dans le comité d'organisation responsable de la gestion des aspects techniques du déroulement de la conférence.

- Site web : `http://words2005.lacim.uqam.ca`
- 93 participants en provenance de 10 pays.

4.10 Stage postdoctoral

Depuis octobre 2008, j'effectue un stage postdoctoral conjointement au LIRMM (Montpellier) et au LAMA (Chambéry). J'ai ainsi fait plusieurs fois la navette entre ces deux villes afin de collaborer avec les chercheurs des deux laboratoires. Ceci a permis un rapprochement entre les équipes ARITH (LIRMM) et LIMD (LAMA). Comme il est expliqué plus en détail au Chapitre 4.10, au cours de mon stage postdoctoral, j'ai :

- étudié, de façon autonome, les *mot non-convexes minimaux* [Pro09, Pro],
- étudié, en collaboration avec Jacques-Olivier Lachaud du LAMA, les *polygones de longeurs minimaux* (MLP) [PL, PL09],
- étudié, en collaboration avec Valérie Berthé (LIRMM), Annie Lacasse (LIRMM) et Geneviève Paquin (LAMA) la génération de plans discrets par l'algorithme de Jacobi-Perron [BLPP].

5 Résumé des recherches : de la combinatoire des mots à l'analyse d'images

Mots clés : Géométrie discrète, combinatoire des mots, analyse d'images, pavages, convexité discrète, polyominos, droites et plans discrets, estimateurs géométriques.

Introduction

L'analyse d'image peut se résumer à l'extraction d'informations significatives à partir d'images numériques. En général, un processus d'acquisition de données (appareil photo numérique, scanner, IRM, etc.) effectue un échantillonnage et construit une discrétisation d'un objet *réel*. L'analyse des données ainsi produites permet de déterminer des propriétés géométriques de l'objet étudié. Deux approches distinctes se démarquent alors.

Une première consiste à replonger les données obtenues dans un espace continu, en général $\mathbb{R}^d$, pour ensuite, à l'aide de méthodes d'approximation et d'interpolation, construire un nouvel objet analogue au premier sur lequel les théorèmes et mesures issus de la géométrie euclidienne pourront s'appliquer.

Afin d'éviter cette coûteuse étape de reconstruction, une seconde approche consiste à définir des versions discrètes des différentes notions employées en géométrie euclidienne pour ensuite analyser directement les données acquises.

La discipline visant à établir rigoureusement ces analogues discrets aux notions géométriques euclidiennes est la *géométrie discrète*. Parmi les travaux pionniers, on note [Ros74] pour les droites discrètes ou encore [Kha77] pour la topologie discrète.

L'approche arithmétique de la géométrie discrète (attribuée à [Rev91]) s'est montrée particulièrement efficace dans le but de munir l'espace $\mathbb{Z}^d$ d'une théorie satisfaisant l'intuition humaine pour définir les objets linéaires discrets (droites, plans, hyperplans, etc.).

Contexte

Mes travaux s'inscrivent dans le cadre de la géométrie discrète bidimensionnelle et plus particulièrement à l'étude des polyominos, l'analogue discret de l'intérieur d'une courbe de Jordan. Il s'agit donc d'un objet fondamental en géométrie discrète.

Définition 1 *Un* polyomino *est un sous-ensemble fini de $\mathbb{Z}^2$ tel que son complément et lui-même sont tous deux 4-connexes.*

La structure discrète de $\mathbb{Z}^d$ fait en sorte qu'un sous-ensemble borné possède forcément une description finie. Une représentation pratique, appelée *code de Freeman*, consiste à considérer le polyomino comme un ensemble de pixels et à coder son bord sur un alphabet Σ formé de deux paires de lettres. En plus d'être en général beaucoup plus compacte que l'énumération des points qui le constituent, cette représentation a l'avantage de traduire certaines propriétés géométriques du polyomino en propriétés combinatoires de son mot de contour, c'est-à-dire son code de Freeman. On peut alors exploiter les nombreux résultats théoriques issus de la combinatoire des mots ainsi que les outils algorithmiques développés pour l'analyse de textes dans le cadre de l'analyse d'images.

Contrairement à l'approche arithmétique, l'approche de la géométrie discrète à travers la combinatoire des mots a l'avantage d'offrir naturellement des algorithmes qui ne manipulent que des nombres entiers. Ceci entraîne un gain de performance significatif lors de l'implémentation.

(Les travaux suivants ont été effectués dans le cadre de ma thèse)

5.1 Détection des polyominos exacts

La détection des polyominos exacts, c'est-à-dire les polyominos avec lesquels il est possible de paver le plan par translation, s'inscrit parfaitement dans cette démarche.

Étant donné un polyomino P, déterminer s'il existe un pavage du plan discret $\mathbb{Z}^2$ par des copies translatées de P est un problème de nature géométrique qui requiert une analyse de *la forme* de P, ou autrement dit, du *bord* de P. La caractérisation de Beauquier-Nivat [BN91] traduit cette propriété en une condition sur la structure combinatoire du mot de contour de P. De cette caractérisation découlent deux familles (non-exclusives) de polyominos exacts, les pseudo-carrés et les pseudo-hexagones.

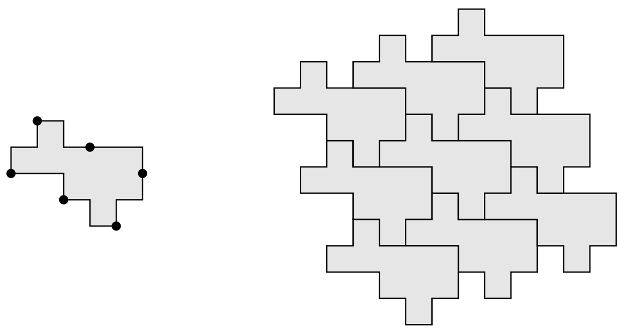


FIG. 5.1 – **Gauche.** Un pseudo-hexagone. **Droite** Un pavage du plan par ce pseudo-hexagone.

Étant donné un mot w de longueur n, en collaboration avec Srečko Brlek (UQAM) et Jean-Marc Fédou (Université Nice Sophie-Antipolis), nous avons développé :

- un algorithme en temps $O(n)$ pour détecter les pseudo-carrés,
- un algorithme en temps $O(n)$ pour détecter les pseudo-hexagones à la condition que w ne possède pas de facteurs carrés (de la forme xx) dont la taille dépasse $\sqrt{n}$.
- un algorithme en temps $O(n(\log n)^3)$ pour détecter tous les pseudo-hexagones.

Ces algorithmes sont basés sur une utilisation fine des *arbres des suffixes* (*suffix-tree*). De plus, l'approche combinatoire permet d'appliquer directement nos résultats à la grille hexagonale ainsi qu'à une famille de tuiles plus générale que les polyominos.

Voir : [BP06a, BP06b, BP06c, BPF09]

Je mentionne au passage une étude réalisée avant ma thèse en collaboration avec Anouk Bergeron-Brlek (York University), Srečko Brlek (UQAM) et Annie Lacasse (LIRMM). Nous avons étudié les motifs apparaissant dans les pavages du plan définis par une application bijectives entre les mots infinis sur l'alphabet $\{1, 2\}$ et les *mots lisses*.

Voir : [BBBLP03]

5.2 Détection des chemins auto-évitants

L'idée d'analyser le mot de contour d'un polyomino afin d'en étudier les propriétés géométriques soulève naturellement la question de déterminer si un mot donné est le mot de contour d'un quelconque polyomino. Cette question est équivalente à la détection des chemins auto-évitants, c'est-à-dire déterminer si un chemin dans $\mathbb{Z}^2$ décrit comme une suite de pas élémentaires passe deux fois par le même point. De nombreuses solutions algorithmiques en $O(n \log(n))$ (où n est la longueur du chemin) permettent de résoudre ce problème mais cela est insatisfaisant si le traitement successif s'effectue en temps $O(n)$.

En collaboration avec Srečko Brlek (UQAM) et Michel Koskas (AgroParisTech), nous avons développé une structure arborescente quaternaire enrichie permettant de résoudre ce problème en temps linéaire en fonction le taille du mot.

Voir : [BKP09, BKP]

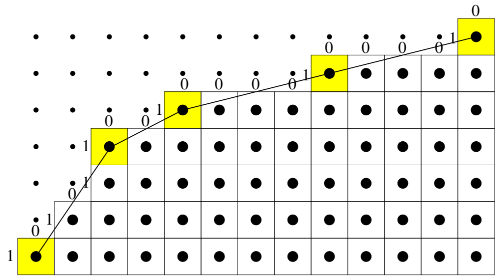
Je mentionne également que ce type de structure de données m'était déjà familier car j'avais étudié, en collaboration avec Louise Laforest (UQAM) et Gilbert Labelle (UQAM), la distribution de l'arité de la racine d'une arborescence hyperquaternaire générée aléatoirement lors de mes travaux de maîtrise.

Voir : [LLP06]

5.3 Analyse de la convexité

L'étude de la convexité discrète a débuté à la fin des années 60 avec les travaux de Minsky et Papert (voir [Eck01] pour un survol des différentes définitions). Une étude des mots de contour des polyominos convexes en collaboration avec Srečko Brlek (UQAM), Christophe Reutenauer (UQAM) et Jacques-Olivier Lachaud (Université de Savoie) nous a permis d'établir une nouvelle définition (prouvée équivalente à celle dite de *convexité digitale*) entièrement basée sur des notions issues de la combinatoire des mots.

Plus précisément, un mot code une forme convexe si et seulement si son unique factorisation en *mots de Lyndon* décroissants est formée uniquement de *mots de Christoffel*.



$$w = 10101100100001000010 = (1) \cdot (01011) \cdot (001) \cdot (00001)^2 \cdot (0).$$

Fig. 5.2 – L'unique factorisation en mots de Lyndon décroissants du mot de contour d'une partie convexe ne contient que des mots de Christoffel. De plus, cette factorisation correspond avec l'enveloppe convexe.

Un premier point important est que de cette nouvelle définition découle trivialement un test de convexité optimal, extrêmement simples à implémenter et, en pratique, de faible constante de linéarité.

Voir : [BLP08, BLPR09]

(Les travaux suivants ont été effectués dans le cadre de mon stage postdoctoral)

Un deuxième intérêt de cette vision combinatoire est ensuite de définir une nouvelle classe de mots, baptisée *le langage des mots convexes*, qui soulève d'intéressantes questions combinatoires. Elle apporte également une meilleure compréhension de la notion de *courbure minimale*, une notion géométrique propre au monde discret.

Voir : [Pro09, Pro]

Finalement, plus récemment, en collaboration avec Jacques-Olivier Lachaud (Université de Savoie) nous avons poussé plus loin notre étude de la convexité discrète en y intégrant un point de vue plus local. Ceci nous a amené à élaborer des algorithmes optimaux pour calculer le MLP (*polygone de longueur minimum* ou, en anglais *Minimum Length Polygon*) d'un polyomino [Mon70] (voir figure 5.3). Il s'agit d'une estimation du premier ordre de la figure discrétisée de laquelle sont déduits d'excellents estimateurs de longueur, de tangente et de courbure.

Voir : [PL, PL09]

5.4 Génération de plans discrets

Suite aux travaux précurseurs de Rauzy [Rau82], Arnoux et Ito [AI01] ont établi un formalisme permettant d'associer des extensions linéaires à certains types de substitutions. Une substitution étant un morphisme de monoïdes libres, un objet classique de la combinatoire des mots et de la dynamique symbolique. Notons que ce formalisme généralise,

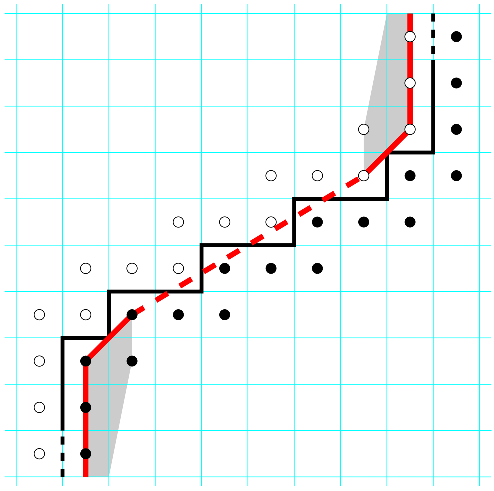


FIG. 5.3 – Le *MLP* d'un contour discret coïncide avec l'enveloppe convexe des parties convexes et l'enveloppe convexe du complément des parties concaves. Les différentes parties doivent ensuite être reliées entre elles de manière adéquates.

entre autre, la construction de la *fractale de Rauzy* à partir de la *substitution de tribonacci*. Il est bien connu que le développement en fraction continue associé à deux nombres réels a et b s'obtient à partir de l'algorithme d'Euclide. Des généralisations multidimensionnelles, et en particulier tridimensionnelles, de cet algorithme comme l'algorithme de Brun ou celui de Jacobi-Perron permettent de généraliser le développement en fraction continue en l'étendant à plus de deux nombres.

En particulier, étant donné un triplet (a, b, c), l'algorithme de Jacobi-Perron permet de définir des substitutions qui, par l'intermédiaire du formaliste d'Arnoux et Ito, peuvent être utilisées pour engendrer itérativement :

– une suite de segments discrets approximant la droite définie par le vecteur (a, b, c),

– une suite de morceaux de plans discrets approximant le plan normal au vecteur (a, b, c).

En collaboration avec Valérie Berthé (LIRMM), Annie Lacasse (LIRMM) et Geneviève Paquin (LAMA), nous avons étudié l'évolution du bord des morceaux de plans discrets ainsi engendrés. En considérant les mots de contours de ces objets, nous avons pu nous ramener à l'étude des polyominos et ainsi mettre en lumière des propriétés topologiques.

Voir : [BLPP]

Conclusion

Les travaux menés lors de ma thèse et de mon postdoctorat mettent en avant l'intérêt de l'approche combinatoire de la géométrie discrète, en particulier à travers l'étude des mots de contour.

Le but de mon projet de recherche est d'exploiter le potentiel de cette approche dans le cadre de l'analyse d'images.

6 Projet de recherche : une étude combinatoire de la géometrie discrète

Mots clés : Géométrie discrète, combinatoire des mots, analyse d'images, convexité discrète, droites et plans discrets, estimateurs géométriques, segmentation, substitutions généralisées.

Introduction

Dans la section précédente, j'ai donné un aperçu de la manière dont l'étude des mots de contour d'objets discrets permet d'améliorer la compréhension de leur structure et d'élaborer des outils algorithmiques pour en détecter des propriétés géométriques.

Mon projet de recherche vise principalement deux objectifs :

1. Proposer des versions combinatoires, et donc intrinsèquement discrètes, de notions géométriques issues du monde continu.
2. Exploiter ces nouveaux points de vue afin de construire de nouveaux outils d'analyse, de modélisation et de représentation d'images.

Voyons comment, pour chacun des points soulevés ci-dessus, les perspectives à court et à long terme qu'offre l'approche combinatoire de la géométrie discrète.

6.1 Définition de notions géométriques discrètes

Un des principaux buts de la géométrie discrète est de fournir à la grille $\mathbb{Z}^n$ un cadre théorique qui, par sa similitude à la géométrie euclidienne, satisferait l'intuition humaine. Les espaces discrets et euclidiens étant fondamentalement différents, de nombreux obstacles rendent cette tâche particulièrement difficile. D'un autre côté, au cours des dernières décennies, on a vu apparaître un nombre incroyables d'applications à l'imagerie numérique, tant en synthèse qu'en analyse d'image. Dans le cadre de ces applications, des lacunes théoriques viennent freiner le progrès technique.

Depuis une vingtaine d'années, la communauté scientifique française s'est imposée comme chef de file en matière de géométrie discrète, principalement par son approche théorique rigoureuse.

La clé d'une telle approche est l'établissement de définitions adéquates. L'évolution de l'étude des droites discrètes en dimension deux illustre particulièrement bien ce propos. Des travaux menés dans les années 60 et 70 par, entre autre, Bresenham, Freeman et Rosenfeld ont fourni des définitions aux droites discrètes issues d'une approche algorithmique. Plus récemment, au début des années 90, Réveilles a proposé une nouvelle définition basée cette fois-ci sur une approche arithmétique [Rev91]. Cette dernière a permis d'établir de nouveaux algorithmes de détection et de représentation, en plus de fournir un cadre théorique facilitant l'étude de propriétés topologiques et géométriques de ces objets.

6.1.1 Convexité discrète

Comme il l'a été expliqué dans le résumé de mes recherches, l'approche combinatoire nous a permis d'établir une nouvelle caractérisation de la convexité discrète bidimensionnelle. En dimension deux, lorsqu'on impose la 8-connexité (les polyominos étant des objets 4-connexes, ils sont également 8-connexes) toutes les différentes version de la convexité discrète généralement admises ont été montrées équivalentes (voir [Eck01]). Cependant, lorsqu'on passe à la dimension trois, ces équivalences ne tiennent plus. Il y a donc un travail nécessaire afin de classifier les différentes version de la convexité discrète en dimension supérieure à deux et d'établir clairement les critères selon lesquels on en obtient l'équivalence.

À titre d'exemple, on dit qu'un sous-ensemble $S \in \mathbb{Z}^d$ est D-convexe si $\mathrm{Conv}(S) \cap \mathbb{Z}^d = S$ où $\mathrm{Conv}(S)$ est l'enveloppe convexe euclidienne de S. D'un autre côté, on dit que S est MP-convexe (en référence à la définition de Minsky et Papert) si pour tout $x, y \in S$, $z \in \overline{xy} \cap \mathbb{Z}^d \implies z \in S$ où $\overline{xy}$ est le segment de droite réelle défini par x et y.

Fig. 6.1 – Deux sous-ensembles 6-connexes de $\mathbb{Z}^3$. À gauche, l'ensemble satisfait la MP-convexité mais pas la D-convexité. À droite, l'ensemble satisfait les deux définitions mais correspond-t-il à ce que l'on attend d'un ensemble *convexe* ?

En dimension deux, l'hypothèse de la 8-connexité suffit pour que ces deux critères soient équivalents. Cependant, en dimension trois cette équivalence n'est pas obtenue même en imposant la 6-connexité, la forme la plus restrictive de connexité locale. De plus, bien que ces définitions soient satisfaisantes en dimension deux, en dimension trois, comme l'illustre la figure 6.1, elles ne correspondent pas nécessairement à ce que l'intuition attend d'un ensemble convexe.

Une approche prometteuse pour l'étude de la convexité en dimension supérieure consiste à définir une notion de convexité restreinte à des sous-ensembles trivialement représentables en dimension inférieure. En particulier, en dimension trois, on peut étudier un ensemble de voxels en considérant chaque coupe obtenue en l'intersectant avec un plan normal à un des trois axes.

Bien qu'il est peu probable d'obtenir ainsi des notions équivalentes à celle définies sur l'espace de base, elle permettront tout de même d'extraire des informations significatives sur la géométrie de l'objet étudié. L'avantage d'une telle approche est de pouvoir exploiter les techniques d'analyse élaborées en dimension inférieur. Cela pourra s'avérer particulièrement pratique en dimension trois puisque les outils d'analyse d'images bidimensionnelles sont nombreux et efficaces.

Une deuxième approche consiste à aborder le problème de manière similaire à notre étude de la convexité discrète en dimension deux. En considérant la surface d'un objet tridimensionnel comme un mot bi-dimensionnel, une caractérisation combinatoire de ces mots permettrait une meilleure compréhension de la géométrie de ces objets et de nouveaux outils algorithmiques en découleront.

6.1.2 Objets non-linéaires

Si d'un côté, les objets linéaires discrets sont maintenant bien définis, il en va tout autrement avec les objets courbes, même les plus simples tels les courbes polynomiales et les coniques.

Encore aujourd'hui, on en est à l'élaboration de définitions satisfaisantes. Par exemple, dans le cas du cercle discret, si les premières définitions remontent aux années 70, des travaux récents sur les polyominos minimisant le périmètre pour une aire donnée [AYV+06], ou encore minimisant le moment d'inertie [BLL08], laissent sous-entendre que les définitions actuelles issues des points de vue algorithmiques, arithmétiques et analytiques ne sont pas totalement satisfaisantes.

Une meilleure compréhension de ces courbes discrètes est nécessaire afin d'en arriver à une vision unificatrice. L'étude de celles-ci par la combinatoire des mots devrait justement permettre d'en comprendre la structure et ouvrirait la porte à une nouvelle forme de caractérisation des courbes polynomiales et coniques.

6.2 Analyse d'images

6.2.1 Applications du MLP à la segmentation d'images

Comme mentionné précédemment, le polygone de longueur minimale (MLP) d'un contour discret en élargissant ce dernier en une bande d'un pixel de large. Ensuite, on considère l'ensemble des courbes de Jordan qui entourent l'intérieur de cette bande sans en sortir ; le MLP est la plus courte d'entre elles (c'est-à-dire minimale par rapport à la mesure de Hausdorff unidimensionnelle) [SS94] (la figure 6.2 illustre cette définition). Bien entendu, le MLP d'une courbe discrète est toujours un polygone.

La méthode de segmentation d'images par contours déformables, introduite dans [KWT88], consiste à rechercher dynamiquement, par une suite de déformations locales, une courbe d'énergie minimale sur une image par une suite de déformations locales. Cette énergie est définie en deux parties, la première, appelée *énergie interne*, dépend unique-

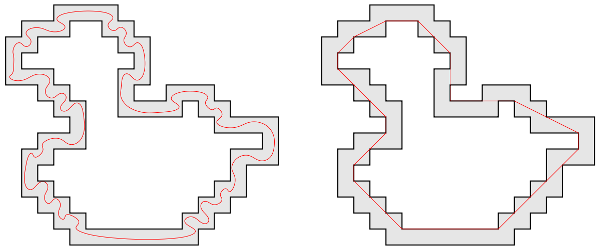


FIG. 6.2 – Illustration de la définition du MLP

ment de la courbe alors que la seconde, appelée *énergie externe* est définie de manière à indiquer la correspondance avec les données de l'image.

Traditionnellement, pour obtenir une bonne segmentation, l'énergie interne est définie de manière à ce que la longueur et la courbure soient minimisées alors que l'énergie externe est définie de manière à maximiser le gradient de l'image le long de la courbe. Récemment, une version purement discrète des contours déformables a été présentée dans [dVL09]. Dans cette version, une adaptation du MLP est utilisée afin de définir une fonction d'énergie interne.

Pour être efficace, cette méthode nécessite des techniques permettant d'ajuster dynamiquement un MLP de manière à suivre les déformations successives appliquées à la courbe de segmentation. Pour ce faire il faut une compréhension profonde de la dynamique de segments de droites lors de ces déformations, en particulier la manière dont les développements en fractions continues de leurs pentes sont affectés.

Une fois cette compréhension acquise, il sera alors possible d'aller encore plus loin en utilisant les MLP pour définir une fonction d'énergie sous-modulaire calculable efficacement sur l'ensemble des parties d'une image. Ceci permettrait d'utiliser l'algorithme de minimisation de [Sch00]. Contrairement aux algorithmes standards issus de la programmation linéaire, l'approche combinatoire de ce dernier a l'avantage de garantir l'obtention d'un minimum global en temps polynomial sans recourir à des méthodes approximatives.

6.2.2 Détection d'objets non-linéaires

Suite aux travaux décrits à la section 6.1.2 de nouveaux algorithmes de détection devraient logiquement découler. Une caractérisation des mots codant, par exemple, les arcs de cercle devrait sans doute aboutir à des nouvelles techniques de détection. Du point de vue algorithmique, le principal avantage de cette approche est d'appliquer naturellement des algorithmes élaborés en analyse de texte ou en combinatoire des mots à la reconnaissance de propriétés géométriques.

Je rappelle, à titre d'exemple, que nous avons déjà appliqué avec succès la recherche de la plus longue extension commune à deux chaînes de caractères (issue de l'analyse de texte) au problème de la reconnaissance de polyominos exacts [BP06a, BP06b, BP06c, BPF09], ainsi que le calcul de la factorisation en mots de Lyndon décroissants (issu de la combinatoire des mots) à la reconnaissance des polyominos digitalement convexes [BLP08, BLPR09].

6.3 Modélisation

La modélisation consiste à représenter des objets complexes soit en combinant des objets plus simples ou en générant une approximation. Dans les deux cas, l'idée est de manipuler des objets aussi simples que possible tout en concervant un maximum de propriétés géométriques.

6.3.1 Polytope d'aire minimale

Le MLP est un exemple de modélisation où la discrétisation d'une forme potentiellement complexe est représentée par une courbe polygonale. Cette dernière, aisément manipulable puisque composée uniquement de segments de droites, permet tout de même d'estimer fidèlement la longueur, la courbure et les tangentes de l'objet discrétisé, à condition bien sur que l'échelle de discrétisation soit adéquate.

Un analogue tridimensionnel du MLP est le MSP (le polytope d'aire minimale ou en anglais : *Minimum Surface Polytope*). Étant donné un ensemble de voxels, il n'existe, à l'heure actuelle, aucun algorithme satisfaisant pour calculer cet objet.

D'un autre côté, il a été démontré que le MSP est un cas particulier d'enveloppe convexe relative [SZ01]. Étant donné $U \subset V \subset \mathbb{R}^d$, on dit que U est V-convexe si pour tous $x, y \in U$, $\overline{xy} \subset V \implies \overline{xy} \in V$ et on définit l'enveloppe convexe relative de U par rapport à V comme étant l'intersection de tous les V-convexes contenant U.

Ainsi, une meilleure caractérisation et une meilleure compréhension de la convexité discrète en dimension trois (section 6.1.1) est un premier pas essentiel pour l'élaboration d'une technique de construction efficace du MSP.

6.3.2 Multirésolution et MLP

Toujours dans le but d'obtenir une représentation simplifiée des objets considérés, une généralisation naturelle du MLP consiste à revoir sa définition en y intégrant le concept de multirésolution. En effet, la définition proposée en section 6.2.1 fait intervenir une bande d'exactement un pixel de large le long du contour considéré. En paramétrant l'épaisseur de cette bande, on obtiendra une approximation plus ou moins fidèle à la courbe discrétisé. En particulier, une bande plus large permettrait d'acquérir une résistance au bruit.

6.4 Représentation

Enfin, voici une voie d'étude à la fois récente et prometteuse. De récents travaux menés en compression d'images sans pertes ont montré que la décomposition de photos numériques en un ensemble de polyominos très simples permet d'obtenir une compression significative, comparable et voir même meilleure que les formats standards [BBB09].

Un polyomino étant facilement reconstructible à partir de son MLP, il pourrait s'agir d'un mode de représentation compact et pratique. En effet, il a été montré que le nombre de sommets du MLP de la discrétisation d'une courbe convexe de classe C^2 est de l'ordre de $\Theta(h^{2/3})$ où h est le pas de discrétisation. On pourrait ainsi décomposer une image en une certaine classe de polyominos plus large que celle employée dans [BBB09], afin d'accroître le taux de compression tout en permettant une reconstruction fidèle et rapide de l'image codée.

On pourrait ainsi aller plus loin en exploitant les idées développées à la section 6.3.2 afin d'obtenir une compression avec perte où les données sacrifiées causeraient un adoucissement des contours (réduction du bruit).

Conclusion

En résumé, ce projet vise à établir des définitions rigoureuses basées sur l'approche combinatoire de la géométrie discrète pour ensuite exploiter ces nouveaux points de vues dans le cadre de l'analyse d'images. Il s'agit donc de poursuivre mes travaux amorcés lors de ma thèse et de mon stage postdoctoral. J'espère avoir réussi à mettre en avant le potentiel théorique de cette approche ainsi que la diversité des applications techniques qui en découleront.

Bibliographie

[AI01] Pierre Arnoux and Shunji Ito. Pisot substitutions and Rauzy fractals. *Bull. Belg. Math. Soc. Simon Stevin*, 8(2) :181–207, 2001. Journées Montoises d'Informatique Théorique (Marne-la-Vallée, 2000).

[AYV$^+$06] Yaniv Altshuler, Vladimir Yanovsky, Daniel Vainsencher, Israel A. Wagner, and Alfred M. Bruckstein. On minimal perimeter polyminoes. In *Discrete geometry for computer imagery*, volume 4245 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 17–28. Springer, Berlin, 2006.

[BBB09] E. Barcucci, Srečko Brlek, and S. Brocchi. Pcif : An algorithm for lossless true color image compression. In *International Workshop on Combinatorial Image Analysis*, volume 5852 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 224–237. Springer, Berlin, 2009.

[BBBLP03] Anouk Bergeron-Brlek, Srečko Brlek, Annie Lacasse, and Xavier Provençal. Patterns in Smooth Tilings. In T. Harju and J. Karhumaki, editors, *WORDS 2003 (Turku)*, number 27 in TUCS General Publications, pages 370–381, August 2003.

[BKP] Srečko Brlek, Michel Koskas, and Xavier Provençal. A linear time and space algorithm for detecting path intersection. (En rédaction).

[BKP09] Srecko Brlek, Michel Koskas, and Xavier Provençal. A linear time and space algorithm for detecting path intersection. In Brlek et al. [BRP09], pages 397–408.

[BLL08] Srečko Brlek, Gilbert Labelle, and Annie Lacasse. On minimal moment of inertial polyominoes. In *Discrete geometry for computer imagery*, volume 4992 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 299–309. Springer, Berlin, 2008.

[BLP08] Srecko Brlek, Jacques-Olivier Lachaud, and Xavier Provençal. Combinatorial view of convexity. In David Coeurjolly, Isabelle Sivignon, Laure Tougne, and Florent Dupont, editors, *Discrete Geometry for Computer Imagery, 14th International Conference, DGCI 2008, Lyon, France, April 16-18, 2008. Proceedings*, volume 4992 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 57–68. Springer, 2008.

[BLPP] Valérie Berthé, Annie Lacasse, Geneviève Paquin, and Xavier Provençal. Boundaries of discrete planes patches generated by Jacobi-Perron's algorithm. (En rédaction).

[BLPR09] S. Brlek, J.-O. Lachaud, X. Provençal, and C. Reutenauer. Lyndon + christoffel = digitally convex. *Pattern Recognition*, 42(10) :2239 – 2246, 2009. Selected papers from the 14th IAPR International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery 2008.

[BN91] D. Beauquier and M. Nivat. On translating one polyomino to tile the plane. *Discrete Comput. Geom.*, 6 :575–592, 1991.

[BP06a] Srečko Brlek and Xavier Provençal. A fast algorithm for detecting pseudo-hexagons. In *Proceedings of the International school and conference on Combinatorics, Automata and Number Theory*, Liège, Belgique, 9–19 mai 2006. Université de Liège.

[BP06b] Srečko Brlek and Xavier Provençal. On the problem of deciding if a polyomino tiles the plane by translation. In Jan Holub and Jan Žďárek, editors, *Proceedings of the Prague Stringology Conference '06*, ISBN80-01-03533-6, pages 65–76, Prague, Czech Republic, 28–30 August 2006. Czech Technical University in Prague.

[BP06c] Srečko Brlek and Xavier Provençal. An optimal algorithm for detecting pseudo-squares. In Attila Kuba, László G. Nyúl, and Kálmán Palágyi, editors, *Discrete Geometry for Computer Imagery, 13th International Conference, DGCI 2006, Szeged, Hungary, October 25-27, 2006, Proceedings*, volume 4245 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 403–412. Springer, 2006.

[BPF09] S. Brlek, X. Provençal, and Jean-Marc Fédou. On the tiling by translation problem. *Discrete Appl. Math.*, 157(3) :464–475, 2009.

[BRP09] Srecko Brlek, Christophe Reutenauer, and Xavier Provençal, editors. *Discrete Geometry for Computer Imagery, 15th IAPR International Conference, DGCI 2009, Montréal, Canada, September 30 - October 2, 2009. Proceedings*, volume 5810 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, 2009.

[dVL09] F. de Vieilleville and J.-O. Lachaud. Digital deformable models simulating active contours. In S. Brlek, C. Reutenauer, and X. Provençal, editors, *Proc. Int. Conf. Discrete Geometry for Computer Imagery (DGCI'2009), Montréal, Québec*, volume 5810 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 203–216. Springer, 2009.

[Eck01] Ulrich Eckhardt. Digital lines and digital convexity. *Digital and image geometry : advanced lectures*, pages 209–228, 2001.

[Kha77] E.D. Khalimsky. *Ordered Topological Spaces (en russe).* Izdat. "Naukova Dumka", Kiev, Russie, 1977.

[KWT88] Michael Kass, Andrew Witkin, and Demetri Terzopoulos. Snakes : Active contour models. *International Journal of Computer Vision*, 1(4) :321–331, January 1988.

[LLP06] Gilbert Labelle, Louise Laforest, and Xavier Provençal. Around the root of random multidimensional quadtrees. *DMTCS Proceedings*, 0(1), 2006.

[Mon70] U. Montanari. A note on minimal length polygonal approximation to a digitized contour. *Communications of the ACM*, 13(1) :41–47, 1970.

[PL] Xavier Provençal and Jacques-Olivier Lachaud. Two linear-time algorithms for computing the minimum length polygon of a digital contour. (En rédaction).

[PL09] X. Provençal and J.-O. Lachaud. Two linear-time algorithms for computing the minimum length polygon of a digital contour. In S. Brlek, C. Reutenauer, and X. Provençal, editors, *Proc. Int. Conf. Discrete Geometry for Computer Imagery (DGCI'2009), Montréal, Québec*, volume 5810 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 104–117. Springer, 2009.

[Pro] Xavier Provençal. Minimal non-convex words. (En rédaction).

[Pro09] X. Provençal. Non-convex words. In *Proc. WORDS 2009, the 7th International Conference on Words*, page Electronic proceedings, 2009.

[Rau82] G. Rauzy. Nombres algébriques et substitutions. *Bull. Soc. Math. France*, 110(2) :147–178, 1982.

[Rev91] J.-P. Reveillès. *Géométrie discrète, calcul en nombres entiers et algorithmique.* Thèse d'etat, Université Louis Pasteur, Strasbourg, France, 1991. In french.

[Ros74] Azriel Rosenfeld. Digital straight line segments. *IEEE Trans. Computers*, C-23(12) :1264–1269, 1974.

[Sch00] Alexander Schrijver. A combinatorial algorithm minimizing submodular functions in strongly polynomial time. *J. Comb. Theory, Ser. B*, 80(2) :346–355, 2000.

[SS94] F. Sloboda and J. Stoer. On piecewise linear approximation of planar Jordan curves. *J. Comput. Appl. Math.*, 55(3) :369–383, 1994.

[SZ01] F. Sloboda and B. Zaťko. On approximation of Jordan surfaces in 3D. In G. Bertrand et al., editor, *Digital and Image Geometry*, volume 2243 of *LNCS*, pages 365–386. Springer, 2001.